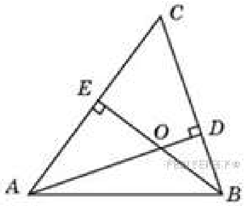
Полугодовая контрольная работа
10 класс
Вариант 1

1. Найдите значение выражения $\frac{0,24\cdot 10^6}{0,6\cdot 10^4}$.
2. Найдите значение выражения $5^{0,36}\cdot 25^{0,32}$.
3. Флакон шампуня стоит 160 рублей. Какое наибольшее число флаконов можно купить на 1000 рублей во время распродажи, когда скидка составляет 25% ?
4. Найдите значение выражения $\frac{5\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}}-\frac{2\sqrt{x}}{x}$ при $x>0$.
5. Найдите корень уравнения $\sqrt{15-2x}=3$.
6. Найдите корень уравнения $2^{4-2x}=64$.

7.Два угла треугольника равны 58° и 72°. Найдите тупой угол, который образуют высоты треугольника, выходящие из вершин этих углов. Ответ дайте в градусах.

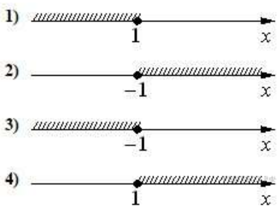


8. Каждому из четырёх неравенств в левом столбце соответствует одно из решений в правом столбце. Установите соответствие между неравенствами и их решениями.

НЕРАВЕНСТВА

А) $2^x\geq 2$
Б) $0,5^x\geq 2$
В) $0,5^x\leq 2$
Г) $2^x\leq 2$

РЕШЕНИЯ



Запишите в ответ цифры, расположив их в порядке, соответствующем буквам:

А	Б	В	Г

9. Найдите периметр прямоугольника, если его площадь равна 18, а отношение соседних сторон равно 1:2.

2 часть

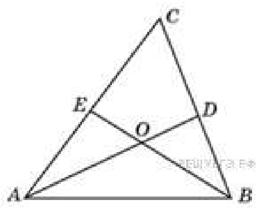
10. Из пункта A в пункт B одновременно выехали два автомобиля. Первый проехал с постоянной скоростью весь путь. Второй проехал первую половину пути со скоростью 24 км/ч, а вторую половину пути – со скоростью, на 16 км/ч большей скорости первого, в результате чего прибыл в пункт В одновременно с первым автомобилем. Найдите скорость первого автомобиля. Ответ дайте в км/ч.

11.В прямоугольном параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ ребро $AB=2$, ребро $AD=\sqrt{5}$, ребро $AA_1=2$. Точка K — середина ребра BB_1. Найдите площадь сечения, проходящего через точки A_1,D_1 и K.

12.а) Решите уравнение $\sqrt{x^3-4x^2-10x+29}=3-x$.
б) Укажите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $[-\sqrt{3};\sqrt{30}]$.

Полугодовая контрольная работа
10 класс
Вариант 2

1. Найдите значение выражения $(728^2-26^2):754$.
2. Найдите значение выражения $\frac{4^{3,5}\cdot 5^{2,5}}{20^{1,5}}$.
3. Шариковая ручка стоит 40 рублей. Какое наибольшее число таких ручек можно будет купить на 900 рублей после повышения цены на 10%?
4. Найдите значение выражения $\frac{12\sqrt[9]{m}\cdot\sqrt[18]{m}}{\sqrt[6]{m}}$ при $m>0$.
5. Найдите корень уравнения $\sqrt{\frac{6}{4x-54}}=\frac{1}{7}$.



6. Найдите корень уравнения $5^{x-7}=\frac{1}{125}$.
7. В треугольнике ABC угол C равен 58°, AD и BE – биссектрисы, пересекающиеся в точке O. Найдите угол AOB. Ответ дайте в градусах.

8.Каждому из четырёх неравенств в левом столбце соответствует одно из решений в правом столбце. Установите соответствие между неравенствами и их решениями.

НЕРАВЕНСТВА

А) $2^x\leq 1$
Б) $0,5^x\geq 2$
В) $0,5^x\leq 2$
Г) $2^x\geq 1$

РЕШЕНИЯ

1) $x\leq -1$
2) $x\geq -1$
3) $x\leq 0$
4) $x\geq 0$

Запишите в ответ цифры, расположив их в порядке, соответствующем буквам:

А	Б	В	Г

9. Периметр прямоугольника равен 42, а площадь 98. Найдите большую сторону прямоугольника.

2 часть

10. Из пункта A в пункт B, расстояние между которыми 75 км, одновременно выехали автомобилист и велосипедист. Известно, что за час автомобилист проезжает на 40 км больше, чем велосипедист. Определите скорость велосипедиста, если известно, что он прибыл в пункт B на 6 часов позже автомобилиста. Ответ дайте в км/ч.

11. В прямоугольном параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ известны длины рёбер: $AB=24$, $AD=10$, $AA_1=22$. Найдите площадь сечения, проходящего через вершины A, A_1 и C.

12. а) Решите уравнение: $x-3\sqrt{x-1}+1=0$.
б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[\sqrt{3};\sqrt{20}]$.

Полугодовая контрольная работа
10 класс
Вариант 3

1.Найдите значение выражения $(432^2 - 568^2) : 1000$.

2. Найдите значение выражения $8^{0,76} \cdot 64^{0,12}$.

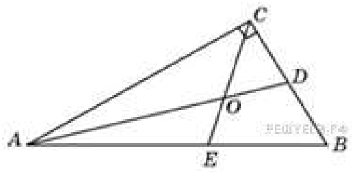
3. Магазин закупает цветочные горшки по оптовой цене 120 рублей за штуку и продает с наценкой 20%. Какое наибольшее число таких горшков можно купить в этом магазине на 1000 рублей?

4. Найдите значение выражения $\dfrac{\sqrt{81\sqrt[7]{b}}}{\sqrt[14]{b}}$ при $b > 0$

5. Найдите корень уравнения $\sqrt{\dfrac{2x+5}{3}} = 5$.

6. Найдите корень уравнения $\left(\dfrac{1}{3}\right)^{x-8} = \dfrac{1}{9}$.

7. Острый угол прямоугольного треугольника равен 32°. Найдите острый угол, образованный биссектрисами этого и прямого углов треугольника. Ответ дайте в градусах.



8. Каждому из четырёх неравенств в левом столбце соответствует одно из решений в правом столбце. Установите соответствие между неравенствами и их решениями.

НЕРАВЕНСТВА

А) $\left(\dfrac{1}{3}\right)^x \geq \dfrac{1}{3}$

Б) $3^x \leq \dfrac{1}{3}$

В) $3^x \geq \dfrac{1}{3}$

Г) $\left(\dfrac{1}{3}\right)^x \leq \dfrac{1}{3}$

РЕШЕНИЯ

1) $x \leq -1$
2) $x \leq 1$
3) $x \geq 1$
4) $x \geq -1$

Запишите в ответ цифры, расположив их в порядке, соответствующем буквам:

А	Б	В	Г

9. Периметр прямоугольника равен 28, а диагональ равна 10. Найдите площадь этого прямоугольника.

2часть

10.Из пункта A в пункт B одновременно выехали два автомобиля. Первый проехал с постоянной скоростью весь путь. Второй проехал первую половину пути со скоростью, меньшей скорости первого на 13 км/ч, а вторую половину пути – со скоростью 78 км/ч, в результате чего прибыл в пункт В одновременно с первым автомобилем. Найдите скорость первого автомобиля, если известно, что она больше 48 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

11.В прямоугольном параллелепипеде известны длины рёбер: $AB = 3$, $AD =\ = 5$, $AA_1 = 12$. Найдите площадь сечения параллелепипеда плоскостью, проходящей через точки A, B и C_1.

12. Решите неравенство: $\dfrac{x^2-6x+8}{x-1} - \dfrac{x-4}{x^2-3x+2} \leq 0.$

Полугодовая контрольная работа
10 класс
Вариант 4

1. Найдите значение выражения $\dfrac{1,23 \cdot 45,7}{12,3 \cdot 0,457}$.

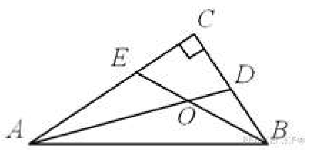
2. Найдите значение выражения $\left(\dfrac{9^{\frac{1}{3}} \cdot 9^{\frac{1}{4}}}{\sqrt[12]{9}}\right)^3$.

3. Оптовая цена учебника 170 рублей. Розничная цена на 20% выше оптовой. Какое наибольшее число таких учебников можно купить по розничной цене на 7000 рублей?

4. Найдите значение выражения $\dfrac{\sqrt[9]{\sqrt{m}}}{\sqrt{16\sqrt[9]{m}}}$ при $m > 0$.

5. Решите уравнение $\sqrt{\dfrac{1}{15-4x}} = 0,2$.

6. Найдите корень уравнения $\left(\dfrac{1}{2}\right)^{6-2x} = 4.$



7. Найдите острый угол между биссектрисами острых углов прямоугольного треугольника. Ответ дайте в градусах.

8. Каждому из четырёх неравенств в левом столбце соответствует одно из решений в правом столбце. Установите соответствие между неравенствами и их решениями.

НЕРАВЕНСТВА

А) $0,5^x \geq 4$
Б) $2^x \geq 4$
В) $0,5^x \leq 4$
Г) $2^x \leq 4$

РЕШЕНИЯ

1) $[-2; +\infty)$
2) $[2; +\infty)$
3) $(-\infty; 2]$
4) $(-\infty; -2]$

Запишите в ответ цифры, расположив их в порядке, соответствующем буквам:

А	Б	В	Г

9. Периметр прямоугольника равен 34, а площадь равна 60. Найдите диагональ этого прямоугольника.

2 часть

10.Велосипедист выехал с постоянной скоростью из города A в город B, расстояние между которыми равно 70 км. На следующий день он отправился обратно в A со скоростью на 3 км/ч больше прежней. По дороге он сделал остановку на 3 часа. В результате велосипедист затратил на обратный путь столько же времени, сколько на путь из A в B. Найдите скорость велосипедиста на пути из B в A. Ответ дайте в км/ч.

11.В прямоугольном параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ ребро $BC = 4$, ребро $AB = 2\sqrt{5}$, ребро $BB_1 = 4$. Точка K — середина ребра CC_1. Найдите площадь сечения, проходящего через точки B_1, A_1 и K.

12. Решите неравенство: $\dfrac{x^2-2x-2}{x^2-2x} + \dfrac{7x-19}{x-3} \leq \dfrac{8x+1}{x}.$

Ответы

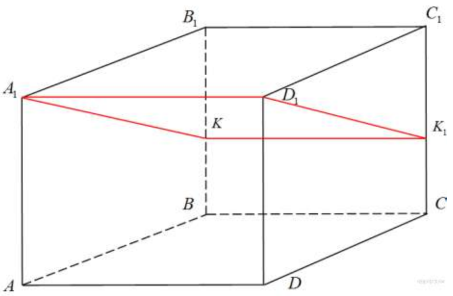
№ задания	Вариант 1	Вариант 2	Вариант 3	Вариант 4
1.	40	702	-136	10
2.	5	80	8	27
3.	8	20	6	34
4.	5	12	9	0,25
5.	3	87	35	-2,5
6.	-1	4	10	4
7.	130	119	61	45
8.	4321	3124	2143	4213
9.	18	14	48	13

Вариант 1

Из пункта *A* в пункт *B* одновременно выехали два автомобиля. Первый проехал с постоянной скоростью весь путь. Второй проехал первую половину пути со скоростью 24 км/ч, а вторую половину пути – со скоростью, на 16 км/ч большей скорости первого, в результате чего прибыл в пункт В одновременно с первым автомобилем. Найдите скорость первого автомобиля. Ответ дайте в км/ч.

Решение. Пусть v км/ч — скорость первого автомобиля, тогда скорость второго автомобиля на второй половине пути равна $v+16$ км/ч. Примем расстояние между пунктами за 1. Автомобили были в пути одно и то же время, отсюда имеем: $\frac{1}{v}=\frac{0,5}{24}+\frac{0,5}{v+16}\underset{v>0}{\Leftrightarrow}48(v+16)=v(v+16)+24v\Leftrightarrow\Leftrightarrow v^2-8v-768=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}v=32,\\ v=-24\end{array}\right.\underset{v>0}{\Leftrightarrow}v=32.$ Таким образом, скорость первого автомобиля была равна 32 км/ч. Ответ: 32.

В прямоугольном параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ ребро $AB=2$, ребро $AD=\sqrt{5}$, ребро $AA_1=2$. Точка K — середина ребра BB_1. Найдите площадь сечения, проходящего через точки A_1, D_1 и K.



Пояснение.

Сечение пересекает параллельные грани по параллельным отрезкам. Поэтому четырехугольник $A_1KK_1D_1$ — параллелограмм. Кроме того, ребро A_1D_1 перпендикулярно граням DD_1C_1C и AA_1B_1B, поэтому углы $A_1D_1K_1$ и D_1A_1K — прямые. Следовательно, сечение $A_1KK_1D_1$ — прямоугольник.

Из прямоугольного треугольника A_1B_1K по теореме Пифагора найдем A_1K:

$$A_1K=\sqrt{(A_1B_1)^2+(B_1K)^2}=\sqrt{4+1}=\sqrt{5}.$$

Тогда площадь прямоугольника $A_1KK_1D_1$ равна: $A_1D_1\cdot A_1K=\sqrt{5}\cdot\sqrt{5}=5.$ Ответ: 5.

а) Решите уравнение $\sqrt{x^3-4x^2-10x+29}=3-x$.

б) Укажите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $[-\sqrt{3};\sqrt{30}]$.

Решение.

а) Решим уравнение:

$$\sqrt{x^3-4x^2-10x+29}=3-x\Leftrightarrow\begin{cases}3-x\ge 0,\\ x^3-4x^2-10x+29=(3-x)^2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\le 3,\\ x^3-5x^2-4x+20=0\end{cases}\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}x\le 3,\\ x^2(x-5)-4(x-5)=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\le 3,\\ (x-5)(x^2-4)=0\end{cases}\begin{cases}x\le 3,\\ \left[\begin{array}{l}x=5,\\ x=-2,\\ x=2\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-2,\\ x=2\end{array}\right.$$

б) Поскольку $-2<-\sqrt{3}<2<\sqrt{30}$, отрезку $[-\sqrt{3};\sqrt{30}]$ принадлежит только число 2. Ответ: а) $\{-2;2\}$; б) 2.

Вариант 2

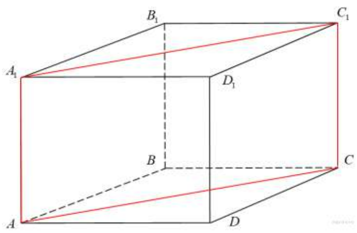
Из пункта *A* в пункт *B*, расстояние между которыми 75 км, одновременно выехали автомобилист и велосипедист. Известно, что за час автомобилист проезжает на 40 км больше, чем велосипедист. Определите скорость велосипедиста, если известно, что он прибыл в пункт *B* на 6 часов позже автомобилиста. Ответ дайте в км/ч.

Решение. Пусть v км/ч – скорость велосипедиста, тогда скорость автомобилиста равна $v+40$ км/ч. Велосипедист был в пути на 6 часов больше, отсюда имеем:

$$\frac{75}{v}-\frac{75}{v+40}=6\Leftrightarrow\frac{75\cdot 40}{v(v+40)}=6\underset{v>0}{\Leftrightarrow}25\cdot 20=v(v+40)\Leftrightarrow v^2+40v-500=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}v=10;\\ v=-50\end{array}\right.\underset{v>0}{\Leftrightarrow}v=10.$$

Таким образом, скорость велосипедиста была равна 10 км/ч.О т в е т: 10.

В прямоугольном параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ известны длины рёбер: $AB=24$, $AD=10$, $AA_1=22$. Найдите площадь сечения, проходящего через вершины A, A_1 и C.



Пояснение.

Сечение пересекает параллельные грани по параллельным отрезкам. Поэтому сечение AA_1C_1C – параллелограмм. Кроме того, ребро A_1A перпендикулярно граням $ABCD$ и $A_1B_1C_1D_1$. Поэтому углы AA_1C_1 и A_1AC – прямые. Поэтому сечение AA_1C_1C — прямоугольник.

Из прямоугольного треугольника ABC найдем AC:

$$AC=\sqrt{(AB)^2+(BC)^2}=\sqrt{24^2+10^2}=\sqrt{676}=26.$$

Тогда площадь прямоугольника AA_1C_1C равна:$AA_1\cdot AC=22\cdot 26=572.$О т в е т: 572.

а) Решите уравнение: $x-3\sqrt{x-1}+1=0.$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[\sqrt{3};\sqrt{20}]$.

Решение.

а) Запишем исходное уравнение в виде $x+1=3\sqrt{x-1}$. При $x+1<0$ уравнение не имеет корней. При $x+1\geq 0$ уравнение принимает вид:

$$x^2+2x+1=9x-9\Leftrightarrow x^2-7x+10=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=2,\\ x=5.\end{array}\right.$$

Оба корня удовлетворяют условию $x+1\geq 0$.б) Заметим, что $\sqrt{3}<2,\sqrt{20}<5$. Значит, указанному отрезку принадлежит корень 2.О т в е т: а) 2; 5; б) 2.

Вариант 3

Из пункта *A* в пункт *B* одновременно выехали два автомобиля. Первый проехал с постоянной скоростью весь путь. Второй проехал первую половину пути со скоростью, меньшей скорости первого на 13 км/ч, а вторую половину пути – со скоростью 78 км/ч, в результате чего прибыл в пункт В одновременно с первым автомобилем. Найдите скорость первого автомобиля, если известно, что она больше 48 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

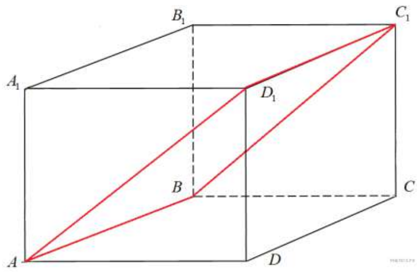
Решение. Пусть v км/ч – скорость первого автомобиля, тогда скорость второго автомобиля на первой половине пути равна $v-13$ км/ч. Примем расстояние между пунктами за 2. Автомобили были в пути одно и то же время, отсюда имеем:

$$\frac{2}{v}=\frac{1}{78}+\frac{1}{v-13}\underset{v>48}{\Leftrightarrow}2\cdot 78(v-13)=v^2-13v+78v\Leftrightarrow\Leftrightarrow v^2-91v+52\cdot 39=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}v=52;\\ v=39\end{array}\right.\underset{v>48}{\Leftrightarrow}v=52.$$

Таким образом, скорость первого автомобиля была равна 52 км/ч.О т в е т: 52.

В прямоугольном параллелепипеде известны длины рёбер: *AB* = 3, *AD* = = 5, AA_1 = 12. Найдите площадь сечения параллелепипеда плоскостью, проходящей через точки *A*, *B* и C_1.

Пояснение.



Сечение пересекает параллельные грани по параллельным отрезкам. Поэтому сечение ABC_1D_1 — параллелограмм. Кроме того, ребро AB перпендикулярно граням AA_1D_1D и BB_1C_1C. Поэтому углы D_1AB и ABC_1 — прямые. Поэтому сечение ABC_1D_1 — прямоугольник.

Из прямоугольного треугольника AD_1D найдем AD_1 :

$$AD_1=\sqrt{(AD)^2+(DD_1)^2}=\sqrt{5^2+12^2}=\sqrt{169}=13.$$

Тогда площадь прямоугольника ABC_1D_1 равна:$AB\cdot AD_1=3\cdot 13=39.$О т в е т: 39.

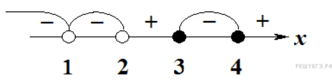
Решите неравенство: $\frac{x^2-6x+8}{x-1}-\frac{x-4}{x^2-3x+2}\leq 0.$

Решение.

Перепишем неравенство в виде:

$$\frac{x^2-6x+8}{x-1}-\frac{x-4}{x^2-3x+2}\leq 0\Leftrightarrow\frac{(x-4)(x-2)}{x-1}-\frac{x-4}{(x-2)(x-1)}\leq 0\Leftrightarrow\frac{(x-2)^2(x-4)-(x-4)}{(x-2)(x-1)}\leq 0\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{((x-2)^2-1)(x-4)}{(x-2)(x-1)} \le 0 \Leftrightarrow \frac{(x-1)(x-3)(x-4)}{(x-2)(x-1)} \le 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{(x-3)(x-4)}{x-2} \le 0, \\ x \ne 1. \end{cases}$$



Множество решений исходного неравенства: $(-\infty;\ 1)\cup(1;\ 2)\cup[3;\ 4]$. Ответ: $(-\infty;\ 1)\cup(1;\ 2)\cup[3;\ 4]$.

Вариант 4

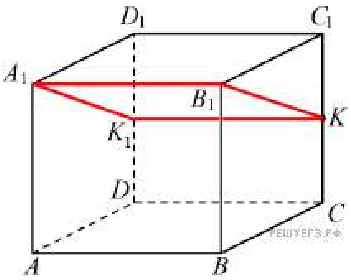
Велосипедист выехал с постоянной скоростью из города *A* в город *B*, расстояние между которыми равно 70 км. На следующий день он отправился обратно в *A* со скоростью на 3 км/ч больше прежней. По дороге он сделал остановку на 3 часа. В результате велосипедист затратил на обратный путь столько же времени, сколько на путь из *A* в *B*. Найдите скорость велосипедиста на пути из *B* в *A*. Ответ дайте в км/ч.

Решение. Пусть v км/ч – скорость велосипедиста на пути из *B* в *A*, тогда скорость велосипедиста на пути из *A*в *B* равна $v-3$ км/ч. Сделав на обратном пути остановку на 3 часа, велосипедист затратил на обратный путь столько же времени, сколько на путь из *A* в *B*, отсюда имеем: $\frac{70}{v}+3=\frac{70}{v-3} \Leftrightarrow \frac{70+3v}{v}=\frac{70}{v-3} \underset{v>3}{\Leftrightarrow} 70v=70v-210+3v^2-9v \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow v^2-3v-70=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} v=10; \\ v=-7 \end{array}\right. \underset{v>3}{\Leftrightarrow} v=10.$$

Таким образом, скорость велосипедиста была равна 10 км/ч.Ответ: 10.

В прямоугольном параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ ребро $BC = 4$, ребро $AB=2\sqrt{5}$, ребро $BB_1 = 4$. Точка *K* — середина ребра CC_1. Найдите площадь сечения, проходящего через точки B_1, A_1 и *K*.



Пояснение.

Сечение пересекает параллельные грани по параллельным отрезкам. Поэтому четырехугольник $A_1KK_1B_1$ — параллелограмм. Кроме того, ребро A_1B_1 перпендикулярно граням BB_1C_1C и AA_1D_1D, поэтому углы A_1B_1K и $B_1A_1K_1$— прямые. Следовательно, сечение $A_1KK_1D_1$ — прямоугольник.

Из прямоугольного треугольника $A_1D_1K_1$ по теореме Пифагора найдем A_1K_1 :

$A_1K_1=\sqrt{(A_1D_1)^2+(D_1K_1)^2}=\sqrt{16+4}=2\sqrt{5}.$ Тогда площадь прямоугольника $A_1K_1KB_1$ равна: $A_1B_1\cdot A_1K_1=2\sqrt{5}\cdot 2\sqrt{5}=20.$ Ответ: 20.

Решите неравенство: $\frac{x^2-2x-2}{x^2-2x}+\frac{7x-19}{x-3}\le\frac{8x+1}{x}.$

Решение. Решим неравенство методом интервалов:

$$\frac{x^2-2x-2}{x^2-2x}+\frac{7x-19}{x-3}\le\frac{8x+1}{x} \Leftrightarrow 1-\frac{2}{x^2-2x}+7+\frac{2}{x-3}-8-\frac{1}{x}\le 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow -\frac{2}{x^2-2x}+\frac{2}{x-3}-\frac{1}{x}\le 0 \Leftrightarrow -\frac{2}{x(x-2)}+\frac{2}{x-3}-\frac{1}{x}\le 0 \Leftrightarrow \frac{x(x-1)}{x(x-3)(x-2)}\le 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x<0, \\ 0<x\le 1, \\ 2<x<3. \end{array}\right.$$

Ответ: $(-\infty;\ 0)\cup(0;\ 1]\cup(2;\ 3)$.